博弈优化

张伯雷
南京邮电大学 计算机学院、通达学院
https://bolei-zhang.github.io/course/opt.html
bolei.zhang@njupt.edu.cn

囚徒困境

		PRISONER 2	
		Confess	Lie
PRISONER 1	Confess	-8 , -8	0 , -10
	Lie	-10 , 0	-1 , -1

常见的博弈

	stag	rabbit
stag	5 , 5	0 , 3
rabbit	3 , 0	3 , 3

	转弯	直行
转弯	0, 0	−1， + 1
直行	1， −1	−10， −10

Goalkeeper

Kicker	Right	Left
Right	0, 1	1, 0
Left	1, 0	0, 1

纳什均衡

- 纳什均衡：任何一位玩家在此策略组合下单方面改变自己的策略（其他玩家策略不变）都不会提高自身的收益。

- “混合策略（mixed strategies）”的情况下，纳什均衡在n人有限博弈中普遍存在

最优化方法-复习

张伯雷

南京邮电大学 计算机学院、通达学院

https://bolei-zhang.github.io/course/opt.html

bolei.zhang@njupt.edu.cn

最终成绩

- 学时: 32=12(理论课)*2+4(实验)*2
- 考试: 开卷 成绩=期末*40%+平时*60%
- 试卷: 选择题30分+计算证明题70分
- 平时成绩:
  - 考勤+提问: 10%
  - 作业: 25%
  - 上机实验: 25%

本门课程授课内容

- 1. 最优化概述
- 2. 凸集
- 3. 凸函数
- 4. 凸优化问题
- 5. 最优性理论
- 6. 优化算法
- 7. 组合优化算法

凸集

- 定义
  - 凸集：集合C中任意两点所组成的线段仍然在该集合中

$$x_1, x_2 \in \mathrm{C}, 0 \le \theta \le 1. \Rightarrow \theta x_1 + (1-\theta) x_2 \in \mathrm{C}$$

  - 仿射集 $\theta_1 + \theta_2 = 1$
  - 凸锥　$\theta_i \ge 0$
- 几种重要的凸集
  - 超平面、半空间、多面体
  - 对称半正定矩阵
  - 球与椭球
- 保凸的运算
  - 交集、仿射变换

凸函数

- 凸函数的定义
  - 定义1：对于一个函数f: $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$，如果$\mathrm{dom}f$为凸集，且$f(\theta x + (1-\theta)y) \le \theta f(x) + (1-\theta)f(y)$对所有的$x, y \in \mathrm{dom}f$，$0 \le \theta \le 1$成立，则$f$为凸函数
  - 定义2：对于可微函数f，如果$\mathrm{dom}f$为凸集，则f为凸函数当且仅当$f(y) \ge f(x) + \nabla f(x)^T(y-x)$对所有$x, y \in \mathrm{dom}f$都成立
  - 定义3：对于二阶可微函数f，如果$\mathrm{dom}f$为凸集，则f为凸函数当且仅当$\nabla^2 f(x) \succcurlyeq 0$对所有$x \in \mathrm{dom}f$都成立
- 常见的凸函数与凹函数：仿射函数、指数、负对数、范数等
- 保持凸性的操作：非负加权和、仿射组合、最大化、函数组合
- 函数共轭

凸优化问题

- 标准形式
  - 优化目标、优化变量、约束、定义域、可行解集、最优解…
- 凸优化问题的标准形式
  - 等价变换
- 性质
  - 局部最优=全局最优
- 典型凸优化问题
  - 线性规划
  - 二次规划
  - 复合优化问题

对偶理论

- 拉格朗日函数、对偶函数、对偶问题
- 性质
  - 弱对偶理论、凹函数
- Slater条件
- KKT条件
  - 原始可行、对偶可行、互补松弛、稳定点
  - 求解KKT条件
- 支持向量机SVM

优化算法

- 无约束优化问题
  - 步长：armijo准则
  - 方向：梯度下降法、经典牛顿法
- 等式约束优化问题
  - 等式约束的牛顿法
  - 拉格朗日法
- 不等式约束优化问题
- 复合优化问题

组合优化算法

- 多项式归约
- P、NP、NP-complete
- 节点覆盖问题
  - 贪心法
  - 放松-取整法
  - 对偶法

谢谢！